

Kursus 10467. Juni 2009

Højfrekvensøvelse: Mikrobølger i rum 153, B309

Jesper Mygind, Rum 156, 3268, myg@fysik.dtu.dk

Øvelsens gang og indhold:

9.00 – 10.00 Gruppemøde om Griffiths' kapitel 9 (selvstudium).

10.00 – 11.00 Indledning og demonstration (JM):

- Historie, frekvensspektret, frekvensbånd, atmosfærisk absorption, X-båndet (8.2-12.4 GHz), satellitmodtager/-sender, GPS, astronomi, baggrundsstråling, spektralanalyse, miljøovervågning, istykkelse, vejrradar, CW og pulsradar, politi-/militærradar.
- Repetition af *bølgeudbredelse i frit rum*, tidsvarierende **E**- og **H**-felter, bølgetallet, **k**-vektoren, polarisation, bølgeligningen, fase- og gruppehastighed, kompleks beskrivelse, bølgeimpedans.
- Repetition af *teori for transmissionslinie*, energiudbredelse, impedans, reflektionskoefficient. S-parametre.
- *Virkelige bølgeledere*: rektangulære og coaxiale bølgeledere, cut-off, strip lines, effektiv permittivitet. Dielektriske bølgeledere, andre
- *Passive bølgelederkomponenter*: attenuator, retningskobler, isolator, ...
- *Antenner*: parabler, horn, stripline, arrays. Udstrålingsdiagram. Antenneforstærkning.
- *Mikrobølgegeneratorer*: klystron, BWO, Gunn diode, selvsvingende forstærkere, resonatorer. Josephson diode (kort og lang, FFO). Frekvensområde, tuning, effekt, liniebredde.
- Detektion af mikrobølgeeffekt: Direkte detektion og Heterodyn detektion. *Varme*: bolometer, termistor. *Ensretning*: diode. *Frekvensblanding (Mixer)*: diode. Ulineære komponenter. Superledende detektorer (TES, MES). SIS-mixer (kvantedetektor). Støj, linearitet, dynamikområde.
- *Sikkerhed*: HF-sender, mobiltelefon, mikrobølgeovn, radarsender, laser. **E**-feltet: max. 6 V/m (EU-direktiv).

I forbindelse med gennemgangen forevises de forskellige komponenter og deres virkemåde forklares på letfattelig måde. **Det anbefales, at eleven genopfrisker relevant stof og (løs-)læser cpt. 9 Griffiths bog, Introduction to Electrodynamics, senest aftenen før! Tag Griffiths' bog med.**

11.00-12.00 Øvelse #1: Måling i X-båndet af effekt fra oscillator med både pwr-meter (bolometer) og diode. Kalibrering af diode.

Udstyr: HP sweeper, frekvenstæller, power sensor og meter, mikrobølgediodedetektor, voltmeter, oscilloskop, skriver, diverse bølgelederkomponenter bl.a. retningskobler, isolator, transition fra WG til coax.

Opgave: Problemer med reflektioner diskuteres.

12.00-13.00 Frokost

13.00-14.00 Øvelse #2: Måling i X-båndet af effekt og liniebredde med spektrum analysator (SA). Kalibrering af SA.

Udstyr: som under Ø#1 samt en HP mikrobølge SA.

Opgave: Problemer med støj og dynamikområde forklares. Resultater fra Ø#1 og Ø#2 sammenlignes.

14.00-15.00 Øvelse #3: Dæmpningsmåling af en step-attenuator ved 10 GHz.

a) direkte og med b) pwr-splitter (ratio-metoden), substitution.

Udstyr: HP sweeper, step-attenuator, pwr splitter, diode sensor og pwr sensor med meter.

Opgave: Diskuter problemer med refleksioner (mismatch) og generator-stabilitet. Hvad er fordelene ved substitutionsmetoden.

15.00-15.30 Kaffepause

15.30-16.30 Øvelse #4: Måling af S-parameter for retningskobler samt anvende den til måling af reflektionskoefficient fra attenuatoren ved 10 GHz.

Udstyr: som til Ø#3 samt en retningskobler.

Opgave: Kobling og direktivitet diskuteres. Brug af open, short diskuteres.

16.30-17.00 Øvelse #5: Støj i X-båndsforstærker

Udstyr: HP forstærker, HP sweeper, HP SA, step attenuator.

Opgave: Bestem støjen versus frekvensen (den spektrale densitet) i X-båndet. Diskuter støj og dynamikområde.

Generelt

Ø#4 og Ø#5 gennemføres kun, hvis tiden tillader det

Ved hver øvelse ligger der en skitse af opstillingen samt evt. en kort instruktion. Hver øvelse forventes at vare ca. 1 time inklusive skrivning af en kort journal med skitse af opstilling, procedure, resultater, databehandling, og konklusion. Egentlig usikkerhedsberegning skal ikke udføres. Der skal blot angives en skønnet usikkerhed på de enkelte måleresultater.

Journalerne samles i en rapport, som består af omslag, forside med titel, dato, navne og underskrifter, indholdsfortegnelse, de 5 journaler, samlet konklusion, evt. appendikser. Rapporten afleveres til JM senest kl. 9.00 den følgende dag.

Følgende øvrige bøger kan anbefales:

B. Elbæk, "Elektromagnetisme", "Bølger" og "Optik" fra 10014/15
1998 KU/DTU

G.H. Bryant, Principles of Microwave Measurements.
IEE Electrical Measurement Series 5
Peter Peregrinus Ltd, Inst. of Electrical Engineers, London, UK
Rev. Ed. 1993

R.E. Collin, Microwave Techniques.
1978

Instituttet råder over en stor samling af speciallitteratur vedr. emnet. Spørg JM.

Kapitel 1

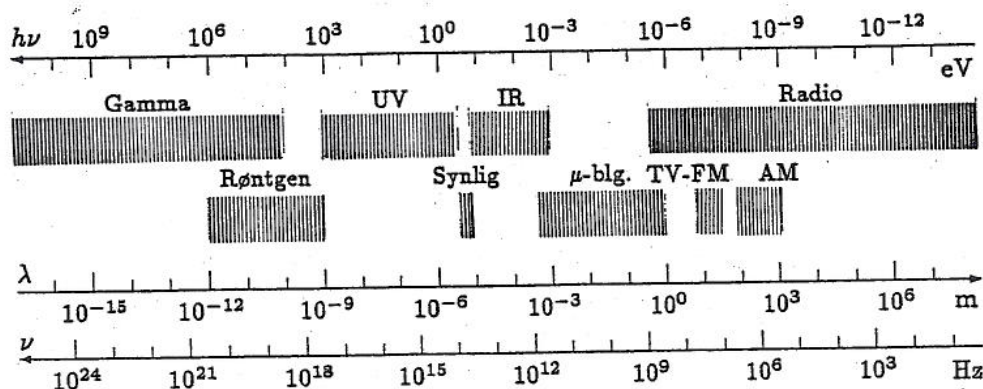
Udbredelse af lysbølger

Optik beskæftiger sig bredt sagt med alle fænomener, som er forbundet med udbredelsen af lys i og i nærværelse af forskellige medier. Disse fænomener er af meget varieret natur, og man har i tidens løb udviklet forskellige metoder til at beskrive dem inden for afgrænsede områder. Man kan her tænke på *Huygens* princip, *Fermats* princip og geometrisk optik. I snæver forstand er *lys* elektromagnetiske bølger i det *visuelle* område, som svarer til vacuumbølgelængder i intervallet 400-750 nm. I praksis omfatter optiken en bredere del af det elektromagnetiske spektrum, som er illustreret på fig. 1.1. Fænomener, som kendes fra optiken, genfindes desuden ofte for helt andre bølgelængder og bølgetyper og kan behandles med analoge metoder.

Siden Maxwells analyse i 1873 har lys været opfattet som elektromagnetiske bølger. Hovedsynspunktet i denne fremstilling er derfor også, at de optiske love i princippet er en følge af den elektromagnetiske teori og således indeholdt i Maxwells ligninger. Fastholdes dette synspunkt konsekvent, vil det dog føre til en ganske kompliceret behandling af selv simple fænomener. De metoder, som blev udviklet uden direkte anvendelse af den elektromagnetiske teori, har derfor ikke mistet deres værdi, idet de inden for begrænsede områder er langt enklere at anvende. Dette skal vi mange steder drage nytte af i den følgende behandling af optiken. Endelig bør det fremhæves, at der er vigtige områder, f. eks. optiske egenskaber af materialer eller udsendelse og spredning af lys, hvor en fuldstændig beskrivelse må være kvantemekanisk.

Lys og optik

*Lys som
E.M. bølger*



Figur 1.1: De vigtigste områder af det elektromagnetiske spektrum.

1.1 Plane bølger i dielektrika

*E.M. bølger
i medier*

Vi skal først genoptage behandlingen i kapitel E.12-13 af elektromagnetiske bølger. Ud fra Maxwells ligninger udledte vi dér først bølgeligningen, som for et ikke-ledende, lineært og homogent dielektrisk medium med permittivitet ϵ og permeabilitet μ bliver

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.1)$$

For B-feltet gælder der en helt tilsvarende bølgeligning. Fasehastigheden v for bølgen i mediet er bestemt ved $1/v^2 = \epsilon\mu$, altså

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}. \quad (1.2)$$

*Plan, har-
monisk bølge*

Blandt løsningerne til 1.1 interesserede vi os især for plane, monokromatiske bølger. En sådan bølge beskrives ved en bølgefunktion af formen

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}, \quad (1.3)$$

og tilsvarende for B-feltet. Bølgen er *plan*, fordi feltvektoren \mathbf{E} er konstant i alle punkter af enhver plan vinkelret på den faste udbredelsesretning bestemt ved \mathbf{k} . Bølgen er *monokromatisk* (dvs. ensfarvet, en betegnelse som netop er hentet fra det visuelle område), fordi der kun forekommer en enkelt frekvens ω og derfor også kun et enkelt bølgetal k .

*Dispersions-
relation*

Ved indsætning af 1.3 i bølgeligningen 1.1, ser man, at denne reducerer til en relation mellem ω og k :

$$k^2 - \omega^2 \epsilon\mu = 0 \Rightarrow k = \sqrt{\omega^2 \epsilon\mu} = \frac{\omega}{v}, \quad (1.4)$$

som kaldes *dispersionsrelationen* for elektromagnetiske bølger i mediet.

Tabel 1.1: Refraktionsindex og dispersionsevne*

$\lambda = 589 \text{ nm}$

Materiale	n_D	ω	Materiale	n_D	ω
Gasser, 0°, 10⁵ Pa			Faste stoffer		
Luft	1.000293	0.0101	Is(o)	1.309	
Carbondioxid	1.000449		Magnesiumfluorid	1.378	0.0095
			Crown glas	1.520	0.0168
Væsker, 20°:			Flint glas, let	1.575	0.0235
Methanol	1.3290	0.0164	Flint glas, tung	1.650	0.0296
Vand	1.3330	0.0180	Methylmethacrylat	1.491	0.0233
Ethanol	1.3618	0.0169	Kvarts, smeltet	1.459	0.0150
Benzen	1.5012	0.0332	Natriumchlorid(o)	1.544	0.0233
Carbondisulfid	1.6276	0.0543	Kalkspat(o)	1.6585	0.0203
Methyleniodid	1.7417	0.0503	- (e)	1.4864	0.0123
Sukkervand, 10%	1.348		Safir	1.768	0.0150
- 85%	1.503		Diamant	2.417	0.0176

Beregnet fra American Institute of Physics Handbook, tabel 6b-e (1972) og Handbook of Chemistry and Physics, D229-276 (1981). *Se afsnit 3.3.4.

Materialets *refraktionsindex* n er en dimensionsløs størrelse defineret ved

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} = \sqrt{\frac{\epsilon \mu}{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{v}, \quad (1.5)$$

hvor vi har indført den relative permittivitet $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$ og den relative permeabilitet $\mu_r = \mu/\mu_0$. Udfra et bølgesynspunkt er refraktionsindex forholdet mellem lyshastigheden c i vacuum og lyshastigheden v i mediet.

Indføres refraktionsindexet kan dispersionsrelationen 1.4 skrives som

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega}{c} n = k_0 n, \quad (1.6)$$

hvor $k_0 = \omega/c$ er bølgetallet i vacuum. Da materialeparameteren ϵ , og dermed v og n , normalt afhænger af frekvensen ω , er dispersionsrelationen mere kompliceret, end den umiddelbart tager sig ud. For de fleste dielektriske materialer gælder på den anden side, at $\mu \approx \mu_0$ og derfor $\mu_r \approx 1$. Man kan således efter 1.5 oftest sætte $n = \sqrt{\epsilon_r}$. Dette udtryk kaldes *Maxwells relation*, men den fungerer som regel dårligt, når der indsættes statisk bestemte permittiviteter. Tabel 1.1 giver nogle experimentelt bestemte værdier af refraktionsindices i det optiske område.

De plane elektromagnetiske bølger skal udover bølgeligningen, også tilfredsstille de oprindelige 4 Maxwell ligninger. Ved indsætning af plane bølger for både \mathbf{E} og \mathbf{B} i Maxwell ligningerne E.13.7-13.10 fandt vi, at disse reducerer til rene vektorrelationer

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (1.7)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1.8)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mathbf{B}, \quad (1.9)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{B} = -\frac{\omega}{v^2} \mathbf{E}, \quad (1.10)$$

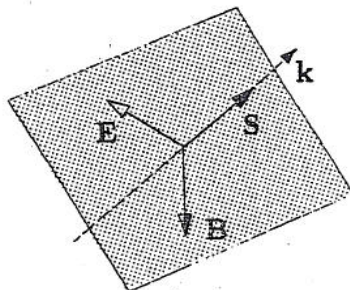
Ligningerne 1.7-1.10 er betingelsesligninger, som medfører vigtige relationer mellem feltvektorerne og bølgevektoren \mathbf{k}

$$\mathbf{E} \wedge \mathbf{B} \perp \mathbf{k}, \quad (1.11)$$

$$\mathbf{E} \perp \mathbf{B}, \quad (1.12)$$

$$|\mathbf{B}| = \frac{k}{\omega} |\mathbf{E}| = \frac{n}{c} |\mathbf{E}|. \quad (1.13)$$

Disse ligninger fastlægger feltvektorerens relative beliggenhed og størrelse i den plane elektromagnetiske bølge, se fig. 1.2.



Figur 1.2: Feltvektorerens beliggenhed i en plan, elektromagnetisk bølge.

Refraktionsindex

Dispersionsrelation igen

Relationer mellem felter

Feltvektorer fastlagt

1.2 Polarisation

Lysbølger er
transversale

Lineær
polarisation

Elektromagnetiske bølger er transversale, idet feltvektorerne er vinkelrette på udbredelsesretningen. Hvis feltvektoren \mathbf{E} udelukkende svinger i en bestemt retning i rummet (vinkelret på udbredelsesretningen), siger man, at bølgen er *lineært polariseret* i denne retning.

Lad os tænke på en sådan lineært polariseret bølge, hvor \mathbf{E} -vektoren svinger harmonisk. Vi observerer bølgen i et fast punkt O i rummet og kan, i en plan vinkelret på udbredelsesretningen, opløse vektoren i svingninger efter to (tilfældige) på hinanden vinkelrette retninger. Ved optiske problemer er der ofte tale om bølgeudbredelse i flere forskellige retninger, og det er derfor bedre at betegne polarisationsretningerne med et uforpligtende s og p snarere end x og y som i afsnit E.13.2. For realdelen af \mathbf{E} kan vi da skrive

$$E_s = E_{s0} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t), \quad E_p = E_{p0} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t), \quad (1.14)$$

hvor E_{s0} og E_{p0} er de maximale udsving i de to retninger. De to svingninger er i fase, og \mathbf{E} -vektorens endepunkt bevæger sig på en ret linie gennem nulpunktet O .

Elliptisk
polarisation

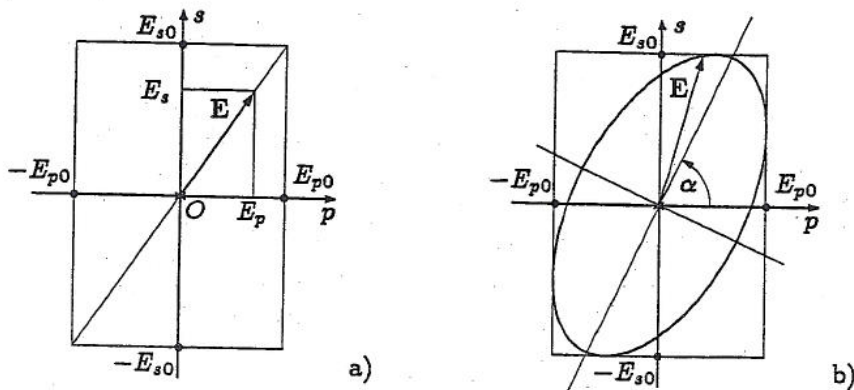
Man kan imidlertid også forestille sig en bølge, der er en superposition af et E_s og et E_p som *ikke* er i fase, men har en fast faseforskel ϕ . I dette tilfælde bliver delbølgerne

$$E_s = E_{s0} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t), \quad E_p = E_{p0} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi). \quad (1.15)$$

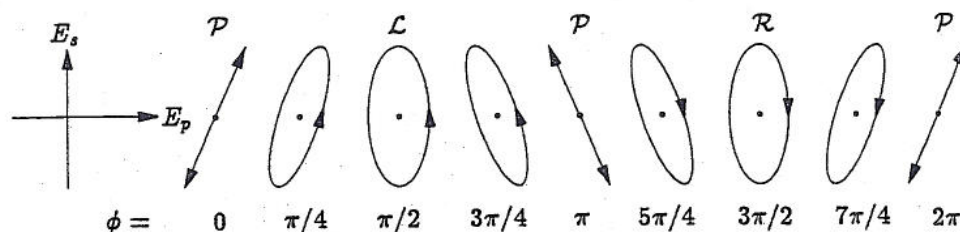
Man siger, at E_s er *foran* E_p i fase (fordi der skal mere ωt til i p -bølgen for at sluge det positive ϕ og nå dertil i fase, hvor s -bølgen allerede var).

Bevægelsen af \mathbf{E} -vektorens endepunkt i sp -planen følger i almindelighed en ellipse indskrevet i et rektangel, hvis sider er parallelle med s - og p -akserne i afstande som er henholdsvis $\pm E_{s0}$ og $\pm E_{p0}$. Man taler derfor om *elliptisk polarisation*. Man kan vise (opgave 17.7), at ellipsens ligning er

$$\left(\frac{E_s}{E_{s0}}\right)^2 + \left(\frac{E_p}{E_{p0}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_s}{E_{s0}}\right)\left(\frac{E_p}{E_{p0}}\right)\cos\phi = \sin^2\phi. \quad (1.16)$$



Figur 1.3: a) Feltvektoren i en lineært polariseret opløst i sine komponenter efter to på hinanden vinkelrette retninger s og p . b) I en elliptisk polariseret bølge er der en fast faseforskel mellem komponenterne efter s og efter p . Feltvektorens endepunkt bevæger sig langs en ellipse, hvis form og beliggenhed afhænger af faseforskellen.



Figur 1.4: Lysets polarisationstilstand er bestemt af faseforskellen ϕ mellem de to komponenter af feltstyrken.

Den lineære polarisation er et specialtilfælde af den elliptiske svarende til $\phi = 0$ eller $\phi = \pi$. Polarisationsretningen falder da i en af rektanglets to diagonaler. Et andet specialtilfælde optræder, når $\phi = \pi/2$ og samtidig $E_{s0} = E_{p0}$, og kaldes *cirkulær polarisation*.

Cirkulær polarisation

Fig. 1.4 viser, hvordan ellipsens form og beliggenhed ændres med faseforskellen. Bemærk, at også **E**-vektorens omløbsretning afhænger af ϕ . Rotation *med* uret, når vi kigger ind mod lyskilden, kaldes *højre-polarisation* og lyset siges at være i en *R*-tilstand. Tilsvarende kaldes rotation *mod* uret, for *venstre-polarisation* og lyset siges at være i en *L*-tilstand. Lineært polariseret lys har en feltvektor, som svinger i en bestemt plan. Det omtales derfor også som *plan-polariseret* og siges at være i en *P*-tilstand.

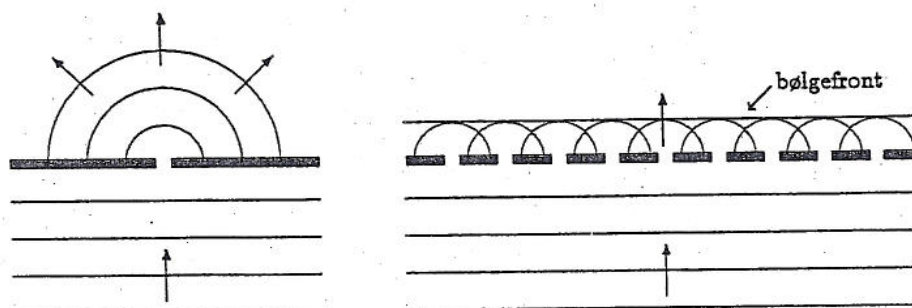
Lysets tilstand bestemt ved fasen

1.3 Huygens princip

Indtil nu har vi hovedsagelig set på bølgeudbredelse i homogene, udstrakte medier. De undersøgte løsninger til bølgeligningen var plane og monokromatiske og opfyldte det fundamentale optiske princip, at lyset udbreder sig retlinet i et homogent medium.

I de mest interessante optiske situationer optræder der imidlertid grænseflader mellem medier med forskellige egenskaber, der kan forekomme inhomogene medier og skærme eller aperturer (åbninger), som på forskellig måde påvirker den retlinede udbredelse. Ud fra et matematisk synspunkt betyder det, at man ikke blot skal finde løsninger til bølgeligningen (og mere generelt, til Maxwells ligninger). Man må finde netop den løsning, som tilfredsstiller de randbetingelser inhomogeniteter og forhindringer giver anledning til.

Optiske situationer



Figur 1.5: Huygens princip illustreret ved vandbølger bag åbninger i en skærm.

Enkel metode
søges

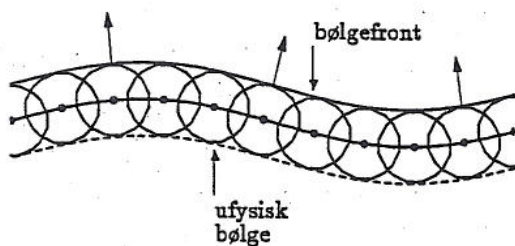
I kapitel E.16 så vi på enkle bølgeledere og resonatorer, hvor grænsebetingelserne vedrørte vacuum overfor perfekte ledere i simpel geometri. Allerede dér var den fuldstændige løsning ganske kompliceret. I optiken har man brug for et meget bredere udvalg af grænsebetingelser, hvorved en matematisk behandling bliver meget vanskeligere eller helt umulig. Man har derfor ofte brug for en enklere metode, der kan give løsninger, som nok er tilnærmede, men som dog i praksis reproducerer væsentlige træk ved fænomenerne.

Et gammelt
princip

En sådan metode bygger på *Huygens princip*, som allerede omkring 1680 blev formuleret af *Christiaan Huygens* (1629-1695)□. Dette princip gør det muligt ud fra den øjeblikkelige bølgefront at konstruere bølgefronten til et senere tidspunkt. Den oprindelige formulering af princippet er, at ethvert punkt af en bølgefront kan betragtes som kilde til *sekundære* bølger, som alle er i fase og som udbreder sig ligeligt i alle retninger. Disse sekundære bølger skaber ved interferens den nye bølgefront.

Vandbølger
og intuition

Dette princip er intuitivt overbevisende, når man tænker på mekaniske bølger i elastiske medier. Huygens gik ud fra enkle observationer med vandbølger, som illustreret på fig. 1.5. En retlinet bølge (en todimensional variant af en plan bølge) falder ind mod en skærm med åbninger. Er der kun en enkelt åbning, som er lille i forhold til bølgelængden, kommer der bag skærmen et system af ringbølger med centrum i åbningen. Har skærmen flere åbninger, udbreder der sig hver af dem ringbølger, som superponerer til en ny retlinet, fremadskridende bølge. Den nye bølgefront er indhyllingskurven til systemet af ringbølger. Mere generelt, kan vi betragte en vilkårlig bølgefront (fig. 1.6). Alle punkter af fronten har samme fase og kan til ethvert tidspunkt betragtes som kilder til et system af sekundære kuglebølger, der udbreder sig ligeligt i alle retninger. Den nye bølgefront er her kuglebølgernes tangentplan, hvor betingelsen for konstruktiv interferens mellem sekundærbølgerne er opfyldt. I ethvert punkt udbreder bølgen sig efter bølgefrontens normal og kun i denne retning er der en mærkbar intensitet.



Figur 1.6: Huygens princip anvendt til konstruktion af bølgefronten.

Princippet
udviklet

Ved den enkle formulering af princippet optræder der en ufysiske, bagudgående bølge (se fig. 1.6). Denne vanskelighed omgik *Augustin Jean Fresnel* (1788-1827)□ ved at postulere en passende vinkelafhængighed af sekundærbølgernes amplitude. Et andet problem er, at princippet nok kan begrundes i et materiale, hvor der findes partikler, som kan sættes i svingninger og fungere som kilder til sekundærbølgerne. I det tomme rum er der ingen mulige kilder. Disse og andre vanskeligheder blev først overvundet af *G. R. Kirchhoff* (1824-1884)□, som udledte en matematisk korrekt version af princippet ud fra bølgeligningen. Kirchhoffs version anvendes her i bogen i kapitel 5 til behandlingen af diffraktion og er udledt i appendix A.

1.4 Energi i en bølge

I kapitel E.10 fandt vi, *energitætheden* u i det elektromagnetiske felt til

Energi og

$$u = \frac{1}{2}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}). \quad (1.17)$$

Desuden fandt vi i kapitel E.12, at *energistrømtætheden* kunne udtrykkes ved Poyntingvektoren \mathbf{S}

Energistrøm

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}, \quad (1.18)$$

hvormed lokal energibevarelse i et ikke-ledende medium fandt udtryk i en kontinuitetsligning

$$\nabla \cdot \mathbf{S} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0. \quad (1.19)$$

Der mindes om, at udtrykkene blev udledt under forudsætning af et *lineært* medium, dvs. et medium hvor $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ og $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, og hvor ϵ og μ er konstanter. I det følgende skal vi som regel antage, at $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ og $\mu = \mu_0$. Selv om intet stof er helt uden magnetiske egenskaber, er den sidste tilnærmelse meget god, da magnetiske susceptibiliteter typisk er 4-5 størrelsesordener mindre end elektriske.

Kun lineære medier!

Under disse forudsætninger kan 1.17 og 1.18 anvendes på en elektromagnetisk bølge, idet man dog skal være opmærksom på, at feltvektorerne som regel er komplekse, mens energistørrelserne er reelle. Oftest er vi interesseret i at beregne tidsmiddelværdierne af u og \mathbf{S} . Dertil anvender vi den det almindelige udtryk for tidsmiddelværdien af en kvadratisk størrelse (se B.5.23)

$$\langle (\text{Re } f) \circ (\text{Re } g) \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(f^* \circ g), \quad (1.20)$$

hvor \circ efter omstændighederne kan angive ordinær, skalar eller vektoriel multiplikation. For energitætheden finder vi således efter 1.17

$$\langle u \rangle = \frac{1}{4} \text{Re}(\epsilon \mathbf{E}^* \cdot \mathbf{E}) + \frac{1}{4} \text{Re}(\mu_0 \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H}). \quad (1.21)$$

Er bølgen plan kan \mathbf{H} elimineres ved at benytte $|\mathbf{B}| = \mu_0 |\mathbf{H}| = n |\mathbf{E}|/c$, som følger af 1.13. Den *samlede* elektriske og magnetiske energitæthed i bølgen får da det enkle udtryk

Energitæthed i bølge

$$\langle u \rangle = \frac{1}{2} \epsilon |\mathbf{E}|^2 = \frac{1}{2} \epsilon |\mathbf{E}_0|^2. \quad (1.22)$$

Bemærk, at tids- og stedvariationen, jvf. 1.3, forsvinder ved beregningen af absolutkvadratet $|\mathbf{E}|^2$. Tilsvarende kan man beregne middelværdien af Poyntingvektoren som

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \langle \mathbf{E} \times \mathbf{H} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}). \quad (1.23)$$

For den plane bølge er $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$ sådan, at vektorproduktet peger i bølgens udbredelsesretning. Elimineres \mathbf{H} på samme måde som før kan vi skrive

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} \frac{n}{\mu_0 c} |\mathbf{E}|^2 \mathbf{e}_k, \quad (1.24)$$

Energien
strømmer

hvor e_k er en enhedsvektor i udbredelsesretningen. Heraf følger, at Poynting-vektoren og energitætheden er forbundet ved relationen

$$\langle S \rangle = \langle u \rangle v_f, \quad (1.25)$$

hvor $v_f = c/n$ er bølgens fasehastighed i mediet. Ligning 1.25 udtrykker, at den energi, som i næste sekund vil strømme gennem et areal på 1 m^2 vinkelret på stråleretningen, er indeholdt i en søjle af længden v_f .

Intensitet af
bølge

Poynting vektorens middelværdi er selv en vektor. Længden S af denne vektor er en skalar, som udtrykker *intensiteten* af bølgen og som kan findes af 1.24 eller 1.25. Intensiteten måles, som Poynting vektoren, i Wm^{-2} . Ofte er man kun interesseret i relative intensiteter. De bliver efter 1.24 proportionale med nE^2 . Det er vigtigt at huske faktoren n , når der er tale om bølger i forskellige medier.

1.4.1 Radiometri og fotometri

Måling af
energi

Lys er elektromagnetiske bølger inden for det visuelle område. Der er ingen principielle problemer forbundet med en måling af lysets intensitet. Det er et spørgsmål om at måle *energi* eller *effekt*, hvilket eksempelvis kan gøres calorimetrisk eller med en kalibreret fotocelle, som er baseret på lysets evne til at frigøre elektroner i forskellige materialer. Man kalder denne type måling for *radiometri*, og den er ikke specielt knyttet til det visuelle område.

Måling af lys

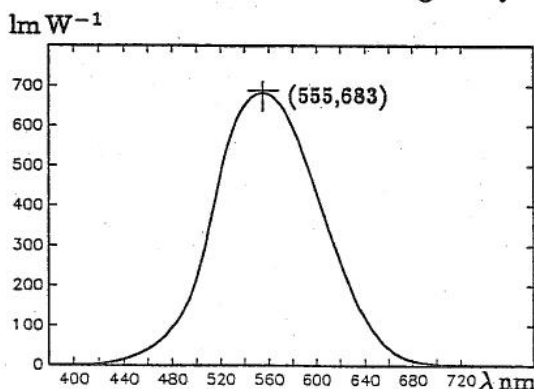
En angivelse af den elektromagnetiske energi inden for det visuelle område fortæller imidlertid ikke noget om lysets visuelle effektivitet. En rød lampe kan udsende lige så megen strålingsenergi som en grøn. Men den grønne vil for en iagtager have større lysstyrke, fordi øjets følsomhed er større for grønt lys end for rødt.

For mange praktiske formål er det derfor af stor betydning at kunne måle lysets visuelle virkninger. Denne type måling kaldes *fotometri*. Fotometrien er en del af den mere omfattende radiometri, men har en række specielle begreber og enheder. Overgangen fra radiometriske til fotometriske størrelser og omvendt sker ved brug af en standard *følsomhedskurve* for det menneskelige øje, som er vist på fig. 1.5.

Orden i
enhederne

Efter mange år forvirring inden for radiometri og fotometri er man efterhånden i SI-systemet nået frem til enkle og logiske begreber med enheder som let kan konverteres til hinanden. De to områder har parallelle fysiske størrelser med samme sæt af bogstavsymboler, men enhederne er forskellige

Samme
symboler



Figur 1.7: Standardiseret følsomhedskurve for det menneskelige øje. Kurven anvendes ved omsætningen mellem radiometriske og fotometriske størrelser.

Tabel 1.2: Radiometriske og fotometriske størrelser

Radiometrisk størrelse	Symbol	SI-enhed	Fotometrisk størrelse	Symbol	SI-enhed
Strålingsflux	Φ, Φ_e	W	Lysflux	Φ, Φ_v	lm
Strålingsstyrke	I, I_e	W sr^{-1}	Lysstyrke	I, I_v	$\text{lm sr}^{-1} = \text{cd}$
Strålingsenergi	Q, Q_e	Ws	Lysmængde	Q, Q_v	lm s
Radians	L, L_e	$\text{W sr}^{-1} \text{m}^{-2}$	Luminans	L, L_v	$\text{lm sr}^{-1} \text{m}^{-2}$
Irradians	I, I_e	W m^{-2}	Illuminans	E, E_v	$\text{lm m}^{-2} = \text{lx}$

Kilde: Standarder for SI-enheder, Dansk Standardiseringsråd (1985).

(se tabel 1.2). Når det er nødvendigt at skelne mellem radiometriske og fotometriske størrelser, kan symbolerne suppleres med subscript e og subscript v (for henholdsvis energetisk og visuel).

Oftentimes vil størrelserne i tabel 1.2 være *spektralt* fordelte. Eksempelvis kan strålingsfluxen fra en kilde være kontinuert fordelt over et bølglængdeområde, hvilket angives ved en funktion $\Phi_{e\lambda}$ med dimensionen W m^{-1} . Den samlede strålingsflux Φ_e (W) fra en sådan kilde er da

$$\Phi_e = \int \Phi_{e\lambda} d\lambda. \quad (1.26)$$

Den grundlæggende SI-enhed inden for fotometrien er enheden for *lystyrke*, som er 1 cd (candela) og hører til blandt SI-systemets grundenheder. Enheden candela er defineret som lysstyrken i en given retning af en lyskilde, der udsender monokromatisk lys med en frekvens på 540 THz og hvis strålingsstyrke i denne retning er $1/683 \text{ W sr}^{-1}$.

Lysflux Φ (lm). Ved diskussionen af de fotometriske enheder kan det imidlertid være mere hensigtsmæssigt at begynde med enheden for *lysflyx*, som er 1 lm (lumen). Enheden lumen er analog med den mere tilvante enhed for strålingsflux, som er watt. Med lumen og watt som grundenheder er der fuldstændig parallelitet mellem de radiometriske og de fotometriske enheder, som vist i tabel 1.2.

Følsomhedskurven fig. 1.7 angives ved en funktion $K(\lambda)$, der har dimensionen lm W^{-1} og kaldes kaldes det *spektrale lysudbytte*. På engelsk *spectral luminous efficiency*. Lysudbyttet repræsenterer gennemsnittet for et stort antal normale observatører. Dets fastlæggelse forudsætter, at man kan afgøre, om to kilder med forskellig farve har samme lysstyrke. Det kan f. eks. ske ved hjælp af det såkaldte flimmer-fotometer, hvor en skærm belyses i hurtig veksel mellem de to kilder. Når skærmen holder op med at flimre siges belysningen fra de to kilder at være ens. Det er klart, at dette udsagn er af subjektiv art.

Når lysudbyttet $K(\lambda)$ imidlertid er fastlagt, kan fotometriske størrelser dermed altid beregnes ud fra radiometriske. Har en kilde således den spektrale strålingsflux $\Phi_{e\lambda}$ (W m^{-1}), er dens samlede lysflux Φ_v i lumen

$$\Phi_v = \int K(\lambda) \Phi_{e\lambda} d\lambda. \quad (1.27)$$

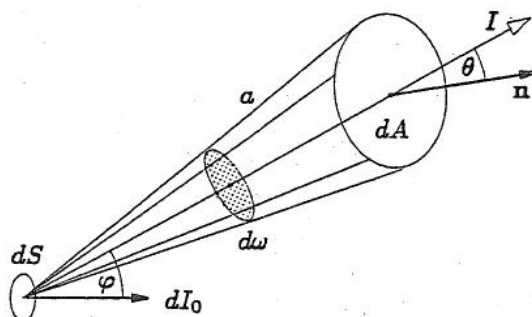
Lysstyrke I (cd). Lysfluxen er et udtryk for den mængde lys, som per tid udsendes fra en kilde, eksempelvis inden for en given rumvinkel.

*Spektral
fordeling*

*Ny grund-
enhed: cd*

Lysflux

*Subjektive
enheder*



Figur 1.8: Geometri ved behandling af lysudstråling fra kilde.

Lysstyrke

I almindelighed er lysfluxen ikke jævnt fordelt over retningen. Hvis der inden for et rumvinklelement $d\omega$ (fig. 1.8) i en bestemt retning udsendes en lysflux $d\Phi_v$, er lysstyrken

$$I_v = \frac{d\Phi_v}{d\omega}. \quad (1.28)$$

Efter 1.28 er enheden 1 cd for lysstyrke det samme som 1 lm sr^{-1} . Omvendt er den samlede lysflux inden for en rumvinkel ω

$$\Phi = \int_{\omega} I d\omega. \quad (1.29)$$

Bemærk, at den *strålingskilde*, som er anvendt ved definitionen af 1 candela, sammen med beliggenheden og størrelsen af lysudbyttets maximum på fig. 1.7, netop sikrer, at der udsendes 1 lm sr^{-1} .

Fotometri

Lystyrken udtrykker lysets intensitet i forhold til en standard lyskilde, jvf. definitionen af candela. Har lyset fra en ukendt kilde samme farve som standardkilden (der er gulgrøn), kan sammenligningen ske med et *fotometer*, som i sin enkleste form blot er en fedtplet på et stykke papir monteret som en skærm. Skærmen belyses fra hver sin side med de to kilder. Ved justering af skærmens position kan man opnå, at pletten bliver usynlig. Den ukendte kildes lysstyrke relativt til standardkilden kan da beregnes fra en omvendt afstands kvadratlov. Har kilderne forskellig farve, kan f. eks. flimmermetoden anvendes.

Lysmængde

Lysmængde Q (lms) er et udtryk for den samlede ind- eller udstråling af lys over et tidsrum.

Hvor lys er kilden?

Luminans L (cd m^{-2}) er et udtryk for lysstyrken per projiceret areal af en *lyskilde*. Luminans er en egenskab ved en lysende flade. Dækkes for eksempel halvdelen af fladens areal falder lysstyrken klart til det halve, men kildens luminans er uændret. For mange selvlysende flader gælder det, at lystyrken er

$$I = I_0 \cos \varphi, \quad (1.30)$$

Lamberts lov

hvor φ er vinklen mellem den lysende flades normal og observationsretningen (*Lamberts cosinuslov*).

På fig. 1.8 har fladelementet dS af kilden lysstyrken dI_0 i normalens retning. Observeres der i en retning som danner vinklen φ med normalen, bliver lysstyrken efter Lamberts lov $dI_0 \cos \varphi$ og det projicerede fladeelement

$dS \cos \varphi$. Den observerede luminans er derfor

$$L = \frac{dI_0 \cos \varphi}{dS \cos \varphi} = \frac{dI_0}{dS}, \quad (1.31)$$

altså uafhængig af den vinkel hvorunder fladelementet ses. Dette forklarer at solen eller et lysrør ser ens lysende ud over hele overfladen.

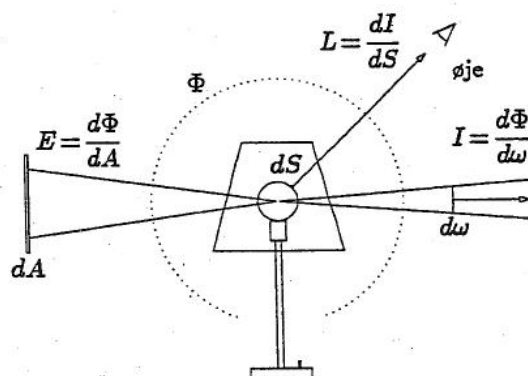
Illuminans E (lm m^{-2}) er et udtryk for den lysflux, som rammer en *belyst* flade. Enheden for illuminans er 1 lux (lx). På fig. 1.8 danner normalen til fladelementet dA vinklen θ med indstrålingens retning. Set fra kilden i afstanden a udspænder fladeelementet et rumvinklelement $d\omega = dA \cos \theta / a^2$. Har kilden lysstyrken I i indstrålingsretningen, rammes fladen af lysfluxen $d\Phi = I d\omega$ sådan, at illuminansen bliver

$$E = \frac{d\Phi}{dA} = \frac{I \cos \theta}{a^2}. \quad (1.32)$$

▷ En glødelampe: En almindelig opaliseret 40 W glødelampe giver typisk en lysflux på $\Phi = 380 \text{ lm}$ nogenlunde jævnt fordelt over alle retninger undtagen den, hvor soklen sidder. Regner vi med en total rumvinkel på 10 sr, bliver lysstyrken $I = 38 \text{ cd}$. Anses lampen for kugleformet med en diameter på 60 mm, er dens luminans $L = 38 / (0.06^2 \times \pi) = 3360 \text{ cd m}^{-2}$. En flade i en afstand på 0.5 m vil få en illuminans på $E = 38 / 0.5^2 = 152 \text{ lx}$. Fig. 1.9 illustrerer de fotometriske begreber i belysningsteknisk sammenhæng. ◁

Belysning

En lampe



Figur 1.9: Illustration af de fotometriske begreber.

▷ Andre eksempler: Solens luminans er $1.6 \times 10^9 \text{ cd m}^{-2}$, mens månens kun er $2.5 \times 10^3 \text{ cd m}^{-2}$. En hvid mur i sommertsolskin har en luminans på 10^4 cd m^{-2} , i vintergråvejrs kun 10^2 cd m^{-2} . Et lysstofrør har typisk en luminans på $2 \times 10^4 \text{ cd m}^{-2}$. Er luminansen højere end dette, virker lyskilden blændende.

Sol og måne

Vinkelret indfaldende sommertsolskin giver en illumination på 10^5 lx , vintersolskin 10^4 lx , måneskin 10^{-1} lx . Arbejdsbelysning ligger i intervallet 100-1000 lx. Et stearinlys giver i en afstand på 1 m en illumination på ca. 1 lx, hvilket er udmærket til en romantisk middag, men på grænsen for læsning af trykt tekst. ◁

Candlelight

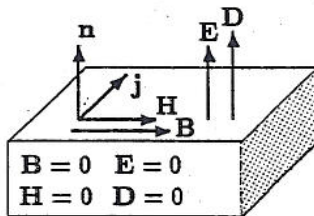
16.2 Bølgeledere

En *bølgeleder* er en hul metalleder med et konstant og geometrisk simpelt tværsnit. I en bølgeleder reflekteres elektromagnetiske bølger frem og tilbage mellem væggene og under visse betingelser kan der herved opstå en superponeret bølge, som bevæger sig gennem bølgelederen med meget lille dæmpning. Bølgeledere finder derfor udstrakt anvendelse indenfor mikrobølgetekniken, hvor man benytter elektromagnetiske bølger i cm-området (frekvenser i GHz-området). Radar-teknik er et vigtigt eksempel.

I en bølgeleder er udbredelsen af elektromagnetiske bølger betinget af, at de kan reflekteres fra væggene med små tab. I grænsen af uendelig ledningsevne (superledende rør) vil bølgen overhovedet ikke kunne trænge ind

Et metalrør

*Refleksion
fra vægge*



Figur 16.3: De elektromagnetiske feltvektorer på inderfladen af en bølgeleder.

i metallet, og dette er også for gode metalliske ledere en brugbar tilnærmelse. I afsnit 12.6, hvorfra vi har hentet fig. 16.3, undersøgte vi felterne under disse forhold, og fandt en sammenhæng mellem felterne og strøm- og ladningstæthederne på overfladen, som kan sammenfattes i

*Grænse-
betingelser*

Metal:	Vacuum:	
$D = 0,$	$D = \sigma n,$	(16.42)
$B = 0,$	$B = \mu_0 j \times n,$	(16.43)
$E = 0,$	$E = \sigma n / \epsilon_0,$	(16.44)
$H = 0,$	$H = j \times n.$	(16.45)

Man skal opfatte sagen sådan, at de elektromagnetiske felter på bølgelederens inderflade frembringer de tidsvarierende strøm- og ladningstætheder (j, σ), som er en forudsætning for, at grænsebetingelserne for felterne kan opfyldes.

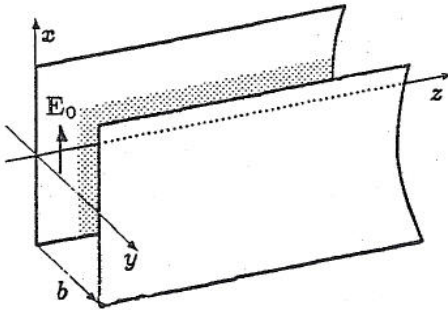
16.2.1 Pladeleder

Mange vigtige træk ved bølgeudbredelsen i en bølgeleder illustreres af den såkaldte *pladeleder*, som består af to parallelle, i princippet uendelig udstrakte, plane metalplader med afstand b . Vi indlægger koordinater XYZ som vist på fig. 16.4, og vil undersøge muligheden for en bølge af formen

To metalplader

$$E(y, z, t) = E(y)e^{j(k_z z - \omega t)}. \quad (16.46)$$

Altså en bølge der bevæger sig i z -retningen med en amplitude som afhænger af y , men ikke af positionen x i pladelederen (lodret på fig. 16.4). Vi skal desuden antage, at E er polariseret i x -retningen, altså vinkelret på udbredelsesretningen z og parallelt med metalpladerne.



Figur 16.4: En pladeleder består af to udstrakte, parallelle metalplader.

Bølgeligning

Feltet \mathbf{E} er et elektromagnetisk felt i vacuum, og må tilfredsstille Maxwell ligningerne og den deraf udledte bølgeligning

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (16.47)$$

Indsætter vi her den harmoniske bølge 16.46 får vi en differentiallyigning for $\mathbf{E}(y)$ alene:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}(y)}{\partial y^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 \right) \mathbf{E}(y) = 0. \quad (16.48)$$

Denne differentiallyigning har løsningen

$$\mathbf{E}(y) = \mathbf{E}_1 e^{-jk_y y} + \mathbf{E}_2 e^{jk_y y}, \quad (16.49)$$

Bølgetal i y

hvor \mathbf{E}_1 og \mathbf{E}_2 er faste vektorer og bølgetallet k_y efter 16.48 er bestemt ved

$$k_y^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2. \quad (16.50)$$

Amplituder

Bølgen 16.49 skal efter grænsebetingelsen 16.44 ikke have nogen komponent parallel med metalpladen ved $y = 0$. Men da \mathbf{E} er antaget parallel med x -aksen og derfor med pladen, må $\mathbf{E}(0)$ være 0 hvilket fører til betingelsen

$$\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 0 \Rightarrow \mathbf{E}_1 = -\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_0, \quad (16.51)$$

hvor \mathbf{E}_0 er en fast vektor i x -aksens retning. Herefter bliver

$$\mathbf{E}(y) = -\mathbf{E}_0 (e^{jk_y y} - e^{-jk_y y}) = -2j \mathbf{E}_0 \sin k_y y. \quad (16.52)$$

Betingelse

Anvendes den samme grænsebetingelse på fladen $y = b$ giver 16.52

$$-2j \mathbf{E}_0 \sin k_y b = 0 \Rightarrow k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad (16.53)$$

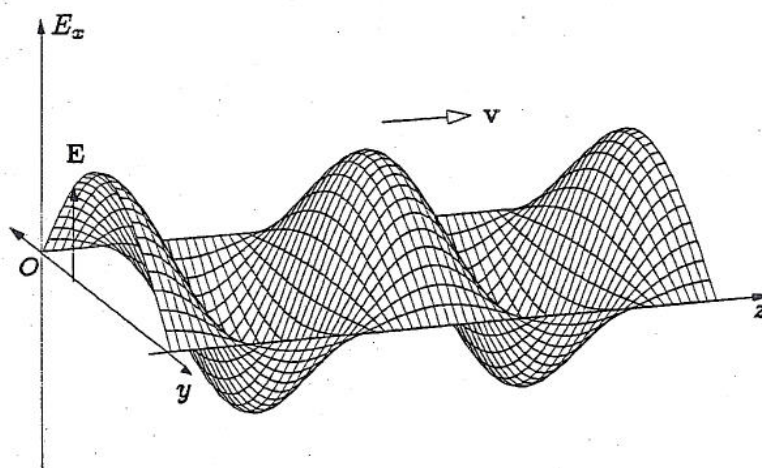
hvor $n = 1, 2, \dots$ (tilfældet $n = 0$ giver efter 16.52 intet felt og er derfor uinteressant).

Løsningen

Løsningen 16.52 er en stående bølge i y -retningen. Den samlede bølge bliver efter 16.46

$$\mathbf{E}(y, z, t) = -2j \mathbf{E}_0 \sin k_y y e^{j(k_z z - \omega t)} \quad (16.54)$$

$$= \mathbf{E}_0 \left[e^{j(k_z z - k_y y - \omega t)} - e^{j(k_z z + k_y y - \omega t)} \right]. \quad (16.55)$$



Figur 16.5: E-felt i elektromagnetisk bølge som bevæger sig mellem parallelle metalplader.

Efter 16.54 er løsningen en vandrende bølge i z -retningen moduleret med en stående bølge i y -retningen. Se fig. 16.5.

Alternativt kan vi efter 16.55 opfatte bølgen som en superposition af en bølge som falder ind mod fladen $y = 0$ og en bølge, som reflekteres derfra. Et anskueligt billede af bølgens passage gennem bølgelederen er, at den 'krydser' sig frem. Den indfaldende bølge rammer planerne under en indfaldsvinkel θ (sml. fig. 16.6) bestemt ved

$$\sin \theta = \frac{k_z}{\sqrt{k_z^2 + k_y^2}} = \frac{k_z}{k}, \quad \cos \theta = \frac{k_y}{\sqrt{k_z^2 + k_y^2}} = \frac{k_y}{k}, \quad (16.56)$$

hvor vi har indført bølgetallet k i vacuum

$$k = \sqrt{k_z^2 + k_y^2} = \frac{\omega}{c}. \quad (16.57)$$

Det sidste lighedstegn følger af 16.50.

Ikke alle indfaldsvinkler er mulige. Af 16.55 og 16.53 følger nemlig

$$\cos \theta = \frac{k_y}{k} = \frac{n\pi}{kb}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (16.58)$$

som udvælger de indfalds- og refleksionsvinkler, der stemmer overens med grænsebetingelserne på *begge* flader. En bølge, som falder ind under en anden retning end bestemt ved 16.58, vil selvfølgelig også reflekteres. Men kun de vinkler som bestemmes af 16.58 og de tilsvarende værdier af k_y giver anledning til den konstruktive interferens, som muliggør den stående bølge i y -retningen og den dertil hørende fremadskridende bølge i z -retningen.

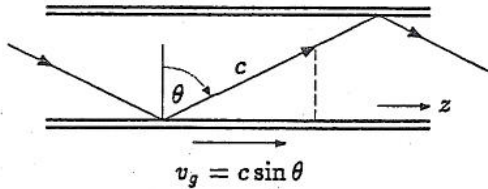
Hver værdi af det positive heltal n i 16.53 bestemmer en svingningsmåde, som vi her skal kalde en *modus* (på engelsk *mode*), hvortil der efter 16.50 svarer et bestemt bølgetal k_z af den fremadskridende bølge

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\pi^2 n^2}{b^2}}. \quad (16.59)$$

*Krydsende
bølge*

De udvalgte

Modi



Figur 16.6: Reflektion af elektromagnetisk bølge i pladeleder.

Afskærings-
frekvens

Skal bølgen udbrede sig uden dæmpning må k_z være reel. For en given modus gælder da

$$\omega > \omega_c = \frac{\pi n c}{b}, \quad (16.60)$$

hvor ω_c kaldes den *kritiske frekvens* eller *afskæringsfrekvensen*. Bølger med frekvenser $\omega < \omega_c$ dæmpes og transmitteres derfor ikke. Man siger derfor, at pladelederen er et *højpasfilter*.

Til den kritiske frekvens svarer en kritisk største bølgelængde λ_c som bestemmes af

$$\lambda_c = \frac{2\pi c}{\omega_c} = \frac{2b}{n}. \quad (16.61)$$

Bølgelængder over λ_c transmitteres ikke. Man kan sige, at 16.61 kræver, at der skal være 'plads' til n halve bølgelængder på tværs af bølgelederen.

Fase-
hastighed

Bølgens udbredelse i z -retningen bestemmes af ω og k_z . Den tilsvarende fasehastighed v_f finder vi af 16.56

$$v_f = \frac{\omega}{k_z} = \frac{\omega}{k \sin \theta} = \frac{c}{\sin \theta} \quad (16.62)$$

fordi k er vacuumbølgetallet. Fasehastigheden er således over lyshastigheden. Grøppehastigheden v_g bestemmes af 16.57 der er en *dispersionsrelation*, som fastlægger sammenhængen mellem bølgetal og frekvens. Vi finder

$$\omega = c\sqrt{k_y^2 + k_z^2}, \quad (16.63)$$

Gruppe-
hastighed

hvorefter gruppehastigheden bliver

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k_z} = \frac{ck_z}{\sqrt{k_y^2 + k_z^2}} = \frac{ck_z}{k} = c \sin \theta. \quad (16.64)$$

Grøppehastigheden, som er den hastighed hvormed et signal (en modulation) udbreder sig, er altså mindre end lyshastigheden i overensstemmelse med relativitetsteoriens postulat. Vi bemærker, at

$$v_f v_g = c^2. \quad (16.65)$$

Relationen $v_g = c \sin \theta$ (se fig. 16.6) stemmer godt med billedet af en bølge, som krydser sig gennem ledere.

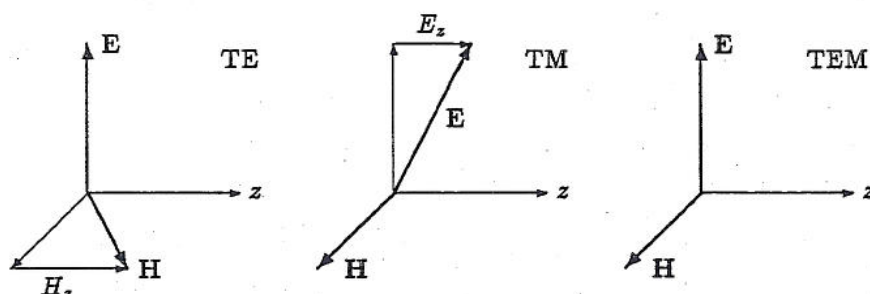
H-felt

Vi noterer til slut, at H-feltet i bølgen kan bestemmes af den 3. Maxwell ligning idet

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = j\omega\mu_0 \mathbf{H}. \quad (16.66)$$

Ved indsætning af E-feltet efter 16.54 finder man

$$\mathbf{H} = \frac{2E_0}{\omega\mu_0} (0, -jk_z \sin k_y y, k_y \cos k_y y) e^{j(k_z z - \omega t)}. \quad (16.67)$$



Figur 16.7: I bølgeledere kan der forekomme tre forskellige bølgetyper, der betegnes som TE (transvers elektrisk), TM (transvers magnetisk) og TEM (transvers elektrisk-magnetisk).

Bemærk, at normalkomponenten $H_y = 0$ på pladerne ved $y = 0$ og $y = b$, sådan som det kræves af 16.45 og, at der forekommer en komponent H_z i udbredelsesretningen. Man kan uden større besvær overbevise sig om, at de fundne vacuumfelter 16.54 og 16.66 tilfredsstillende samtlige Maxwell ligninger.

Den her betragtede bølge 16.54, kaldes en TE-bølge (transvers elektrisk) efter E-feltets retning. En sådan kan i en pladeleder have et H-felt i udbredelsesretningen. Var vi gået ud fra en bølge, hvor H-feltet var transvers (en TM-bølge) ville vi have fundet et E-felt i udbredelsesretningen. Endelig kan der forekomme en TEM-bølge karakteriseret ved, at både E og H er vinkelrette på udbredelsesretningen. Det elektromagnetiske felt i en plan bølge i vacuum er således et TEM-felt. Dette felt kan også forekomme i pladelederen, med et E-felt som er vinkelret på pladerne og uafhængigt af koordinaten y . De tre bølgetyper er illustreret på fig. 16.7.

Betingelser
opfyldt

Tre bølge-
typer

16.2.2 Rektangulær bølgeleder

I praksis er den vigtigste bølgeleder den rektangulære, som er vist på fig. 16.8. Dens fordel er, at den kombinerer en form som let kan fremstilles med en enkel teori.

Det emne vi beskæftiger os med her kan siges at være elektromagnetiske bølger i afgrænsede områder af rummet. Her anvendes der i litteraturen et utal af nomenklaturer, fortegnskonventioner mv. Det kan derfor være nyttigt som indledning at præcisere, hvad der benyttes her.

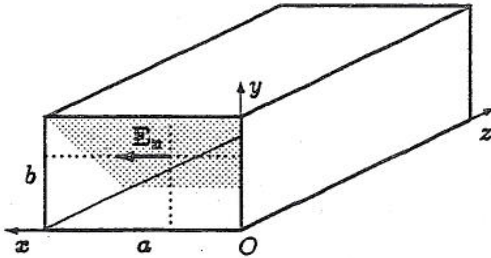
Oftest er det nødvendigt at beskrive felterne ved deres komponenter. For den rektangulære bølgeleder anvendes et cartesisk koordinatsystem, som vist på fig. 16.8. Bølgen udbreder sig i z -aksens (positive) retning, og beskrives ved en bølgefunktion af formen

Firkantet rør

Nomenklatur

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{E}(x, y) e^{j(k_z z - \omega t)}. \quad (16.68)$$

Tidsafhængigheden er altså $e^{-j\omega t}$, der som regel underforstås. Vi skal hovedsagelig interessere os for fremadskridende, udæmpede bølger hvor k_z er reel. Også faktoren $e^{jk_z z}$ kan derfor ofte underforstås. En komponent af bølgen 16.68 kan da f. eks. angives som $E_y(x, y)$ med en amplitude, der betegnes E_{y0} . Bølgelederens tværsnitsdimensioner er på fig. 16.8 angivet som (a, b) . I afsnittet om hulrumsresonatorer får vi også brug for længden i z -retningen,



Figur 16.8: Rektangulær bølgeleder med indlagt koordinatsystem.

Konventioner

som betegnes med d , eftersom bogstavet c er reserveret lyshastigheden. I alle retninger kan der forekomme stående bølger, hvis modus angives ved de hele tal (m, n, p) . Vi har altså følgende konventioner

Koordinat	x	y	z
Dimension af bølgeleder	a	b	d
Modus-tal	m	n	p

En bestemt modus angives i det generelle tilfælde som TE_{mnp} eller TM_{mnp} . For bølgeledere blot som TE_{mn} eller TM_{mn} .

Løsning søges

For bølgelederen fig. 16.8 undersøger vi nu muligheden for harmoniske løsninger til bølgeligningen af formen 16.68. For at få et håndterligt eksempel indskrænker vi os først til TE-bølger, hvis E -vektor peger i x -aksens retning. Det elektriske felt har da kun den ene komponent $E_x(x, y)$ og bølgeligningen 16.47 kan skrives

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 \right) E_x = 0. \quad (16.69)$$

Separation af variable

Antager vi, at denne ligning kan løses ved separation af de variable, en antagelse som er retfærdiggjort når løsningen er fundet, kan vi sætte

$$E_x(x, y) = X(x)Y(y), \quad (16.70)$$

der indsættes i differentialligningen 16.69. Efter division med XY fås

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = - \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 \right). \quad (16.71)$$

Ligning separeres

Som i afsnit 2.9.3 har vi nu en situation, hvor der på venstre side står en sum af en funktion af x alene og en funktion af y alene, på højre en konstant. En sådan ligning kan kun være opfyldt for alle (x, y) , hvis de to led på venstre side hver for sig er konstante. Vi sætter

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -k_x^2, \quad \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -k_y^2, \quad (16.72)$$

hvor det gælder, at

$$k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 \right). \quad (16.73)$$

Løsning

Ligningerne 16.72 har løsninger af formen

$$X = X_1 e^{-jk_x x} + X_2 e^{jk_x x}, \quad Y = Y_1 e^{-jk_y y} + Y_2 e^{jk_y y}, \quad (16.74)$$

hvor konstanterne må bestemmes fra grænsebetingelserne på væggene.

Holder vi x konstant, kan vi undersøge \mathbf{E} -feltet på tværs af bølgelederen. Det bestemmes da af funktionen $Y(y)$. Tangentialkomponenten af \mathbf{E} (dvs. E_x) skal være nul på sidefladerne $y = 0$ og $y = b$. Denne betingelse kan efter 16.74 kun opfyldes, hvis k_y er reel og $Y_1 = -Y_2 = Y_0$ sådan, at

Bølgetal i
 y -retning

$$Y = Y_0(e^{-jk_y y} - e^{jk_y y}) = -2jY_0 \sin k_y y, \quad (16.75)$$

og hvis yderligere

$$k_y = \frac{n\pi}{b}. \quad (16.76)$$

Holdes i stedet y konstant og varieres x , bliver der ikke noget problem med \mathbf{E} på sidefladerne, da feltet allerede er normalt til dem begge. Vi må imidlertid sikre os, at alle Maxwell ligningerne er opfyldte. I vacuuet inde i bølgelederen er der ingen ladninger. Derfor er $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, som brugt på 16.70 giver

Felt afhænger
ikke af x

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{dE_x}{dx} = Y \frac{dX}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dX}{dx} = 0 \Rightarrow X = \text{const.} \quad (16.77)$$

Efter 16.74 svarer dette til $k_x = 0$ og $X = X_0$. I dette *specielle* tilfælde (kun en E_x -komponent) bliver bølgen da efter 16.68

Bølgen fundet

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = -2j\mathbf{E}_0 \sin k_y y e^{j(k_z z - \omega t)}, \quad (16.78)$$

hvor $-2j\mathbf{E}_0 = -2jY_0 X_0 \mathbf{e}_x$ er en passende amplitudevektor i x -retningen. Dette felt har samme udseende, som vist på fig. 16.5.

Det magnetiske felt \mathbf{H} i bølgen bestemmes af 16.66. Ved udregning af $\nabla \times \mathbf{E}$ med 16.78 finder man

\mathbf{H} -felt

$$\mathbf{H} = \frac{2E_0}{\omega\mu_0} (0, -jk_z \sin k_y y, k_y \cos k_y y) e^{j(k_z z - \omega t)}, \quad (16.79)$$

som helt stemmer med 16.67.

Mens feltlinierne for \mathbf{E} er parallelle og vinkelrette på en sideflade, danner feltlinierne for \mathbf{H} lukkede kurver, som illustreret på fig. 16.9. Den viste modus kaldes TE_{01} fordi heltallet $n = 1$ i 16.76, mens det tilsvarende heltal for bølgens x -afhængighed er $m = 0$.

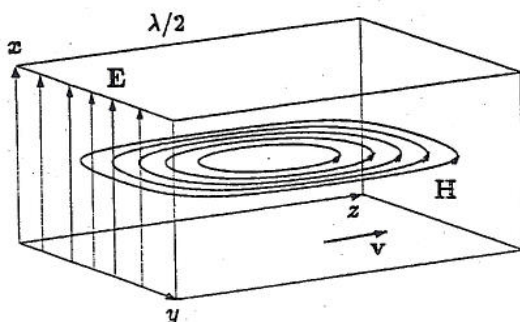
Feltlinier

Som vi fandt det for pladelederen, vil der også for den rektangulære bølgeleder være en kritisk frekvens, der bestemmes af

Kritisk
frekvens

$$\omega_c = \frac{\pi n c}{b}. \quad (16.80)$$

Bølger med frekvens $\omega < \omega_c$ ikke kan transmitteres.



Figur 16.9: Feltlinier i rektangulær bølgeleder i TE_{01} -modus. Bemærk, at koordinaterne er drejet i forhold til fig. 16.8

Hvad har vi lært?

Som det ses adskiller den her fundne løsning for den rektangulære bølgeleder sig ikke fra den vi fandt for pladelederen, og man kan sige, at vi ikke har lært meget nyt bortset fra, at man for den betragtede modus kan sætte sidevægge i pladelederen uden at ændre bølgeformen.

Andre løsninger

Opgiver vi imidlertid begrænsningen til et E-felt, som er polariseret i x -retningen, finder vi mere generelle løsninger for den rektangulære bølgeleder som vil blive drøftet i næste afsnit.

16.2.3 Generelt om bølgeledere

Fælles træk

Bølger, som udbreder sig i en bølgeleder, har en række fælles træk. Disse træk afhænger ikke af formen på bølgelederens tværsnit så længe dette er konstant. For nærmere at undersøge sagen ser vi igen på en bølge af formen 16.68, altså

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{E}(x, y)e^{j(k_z z - \omega t)}. \quad (16.81)$$

Felt med tre komponenter

Vektoren $\mathbf{E}(x, y)$ har i almindelighed tre komponenter (E_x, E_y, E_z). Som vi skal se, er der særlig interesse knyttet til E_z -komponenten. Indsætter vi hele z -komponenten af 16.81 i bølgeligningen 16.47, finder vi en differentiaalligning for $E_z(x, y)$ alene:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 \right) E_z = 0. \quad (16.82)$$

Denne ligning er helt analog til 16.69 i forrige afsnit. Vi sætter derfor

$$E_z(x, y) = X(x)Y(y), \quad (16.83)$$

og finder løsningerne

$$X = X_1 e^{-jk_x x} + X_2 e^{jk_x x}, \quad Y = Y_1 e^{-jk_y y} + Y_2 e^{jk_y y}. \quad (16.84)$$

Separationskonstanterne k_x og k_y fastlægges ved randbetingelsen $E_z = 0$. De må begge være reelle og må på grund af 16.82 opfylde betingelsen

$$k_x^2 + k_y^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2. \quad (16.85)$$

Her er ω/c vacuumbølgetallet k . For at opnå kompakte udtryk i det følgende skal vi desuden indføre størrelsen

$$h = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \sqrt{k^2 - k_z^2}. \quad (16.86)$$

Bølgetyperne

Det er hensigtsmæssigt at se på TEM, TE og TM felter separat. Tilfældet TEM er hurtigt klaret, da det ikke kan optræde i en lukket, enkelt bølgeleder. Det følger umiddelbart af den 4. Maxwell ligning 12.19 på integral form. Var der et TEM-felt i en lukket bølgeleder, måtte \mathbf{H} -linierne danne lukkede kurver i en plan vinkelret på z -aksen, hvilket ville medføre $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \neq 0$. Men der ikke er nogen ledningstrøm i den hule leder og heller ikke nogen aksial forskydningstrøm, fordi per definition $E_z = 0$ i en TEM-bølge. Der er altså ingen strøm overhovedet gennem en transversal plan.

Dette udelukker den gjorte antagelse om lukkede magnetiske feltlinier i denne. Det skal tilføjes, at TEM-bølger meget vel kan findes i et tolederssystem som et coaxialkabel, hvor strømmen i midterlederen sikrer opfyldelsen af Ampères lov.

For de to andre felttyper gælder den almindelige regel, at et TE-felt kan afledes af feltet H_z alene, og et TM-felt kan afledes af feltet E_z alene. Dette kan bevises ved elementære, men langsommelige, manipulationer af Maxwells rotationsligninger for vacuum. Udskrevet i koordinater og med benyttelse af henholdsvis $E_z = 0$ og $H_z = 0$, finder man for de to tilfælde følgende relationer, som gælder for enhver bølgeleder:

Feltet afledt af H_z og E_z

<p>TE :</p> $E_x = \frac{j\omega\mu_0}{h^2} \frac{\partial H_z}{\partial y},$ $E_y = -\frac{j\omega\mu_0}{h^2} \frac{\partial H_z}{\partial x},$ $E_z = 0.$ $H_x = \frac{jk_z}{h^2} \frac{\partial H_z}{\partial x},$ $H_y = \frac{jk_z}{h^2} \frac{\partial H_z}{\partial y},$ $H_z = ? \quad (16.87)$	<p>TM :</p> $E_x = \frac{jk_z}{h^2} \frac{\partial E_z}{\partial x},$ $E_y = \frac{jk_z}{h^2} \frac{\partial E_z}{\partial y},$ $E_z = ?$ $H_x = -\frac{j\omega\epsilon_0}{h^2} \frac{\partial E_z}{\partial y},$ $H_y = \frac{j\omega\epsilon_0}{h^2} \frac{\partial E_z}{\partial x},$ $H_z = 0. \quad (16.88)$
---	---

Spørgsmålstegnene antyder, at denne ene komponent må findes ved løsning af bølgeligningen 16.82 eller af en helt tilsvarende bølgeligning for H_z .

Således bevæbnet kan vi returnere til den rektangulære bølgeleder og opskrive den generelle løsning. Vi skal indskrænke os til at gennemføre argumentationen for TM-tilfældet, som er en anelse enklere end TE-tilfældet.

Som det fremgår af 16.88, er den første opgave at finde E_z ved løsning af 16.82. Med k_x reel bliver

E_z findes

$$X = (X_1 + X_2) \cos k_x x + j(X_1 - X_2) \sin k_x x. \quad (16.89)$$

På væggen $x = 0$ er E-feltets tangentialkomponent 0, dvs. $E_x = 0$. Dette udelukker cos-leddet således, at vi må vælge $X_1 = -X_2$ hvilket giver $X = 2jX_1 \sin k_x x$. På væggen ved $x = a$, kan vi kun få $E_x = 0$ ved at vælge $k_x = m\pi/a$. En helt tilsvarende argumentation for væggene $y = 0$ og $y = b$ giver $Y = 2jY_1 \sin k_y y$ og $k_y = n\pi/b$. Den samlede løsning bliver derfor

$$E_z = -4X_1 Y_1 \sin k_x x \sin k_y y = E_{z0} \sin k_x x \sin k_y y, \quad (16.90)$$

med betingelserne

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, \quad k_y = \frac{n\pi}{b}. \quad (16.91)$$

Udbredelsen af udæmpede bølger i z -retningen bestemmes da (jvf. 16.73) af bølgetallet

Modusbestemt udbredelse

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2}. \quad (16.92)$$

Man bemærker, at det for de reelle bølgetal (k_x, k_y, k_z) gælder, at

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2, \quad (16.93)$$

hvor $k = \omega/c$ er vacuumbølgetallet (sml. 16.54).

*Kritisk
frekvens*

For transmissionen vil der være en kritisk frekvens, hvorunder k_z ikke længere er reel, sådan at bølgen dæmpes. Af 16.92 ses det, at den kritiske frekvens bestemmes af

$$\omega_c = c\sqrt{k_x^2 + k_y^2} = c\pi\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}, \quad (16.94)$$

hvortil der svarer et kritisk bølgetal, som bliver

$$k_c = h = \frac{\omega_c}{c} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}. \quad (16.95)$$

TM_{mn}-løsning

Med 16.88 og 16.90 bliver den generelle løsning for den rektangulære bølgeleder i TM_{mn}-tilfældet

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{jk_z}{h^2} k_x E_{z0} \cos k_x x \sin k_y y e^{jk_z z}, \\ E_y &= \frac{jk_z}{h^2} k_y E_{z0} \sin k_x x \cos k_y y e^{jk_z z}, \\ E_z &= E_{z0} \sin k_x x \sin k_y y e^{jk_z z}. \\ H_x &= -\frac{j\omega}{h^2} k_y \epsilon_0 E_{z0} \sin k_x x \cos k_y y e^{jk_z z}, \\ H_y &= \frac{j\omega}{h^2} k_x \epsilon_0 E_{z0} \cos k_x x \sin k_y y e^{jk_z z}, \\ H_z &= 0. \end{aligned} \quad (16.96)$$

TE_{mn}-løsning

I TE_{mn}-tilfældet finder man tilsvarende

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{j\omega}{h^2} k_y \mu_0 H_{z0} \cos k_x x \sin k_y y e^{jk_z z}, \\ E_y &= \frac{j\omega}{h^2} k_x \mu_0 H_{z0} \sin k_x x \cos k_y y e^{jk_z z}, \\ E_z &= 0. \\ H_x &= -\frac{jk_z}{h^2} k_x H_{z0} \sin k_x x \cos k_y y e^{jk_z z}, \\ H_y &= -\frac{jk_z}{h^2} k_y H_{z0} \cos k_x x \sin k_y y e^{jk_z z}, \\ H_z &= H_{z0} \cos k_x x \cos k_y y e^{jk_z z}. \end{aligned} \quad (16.98)$$

Bemærk, at TM_{mn}-felterne alle indeholder amplituden E_{z0} af E_z -feltet, og TE_{mn}-felterne tilsvarende amplituden H_{z0} af H_z -feltet. I TM-tilfældet kan hverken m eller n være 0, da E_z og dermed alle andre felter i så fald forsvinder. I TE-tilfældet kan enten m eller n udmærket være 0, men ikke dem begge. Den fysiske bølge er realdelene af de her givne felter. Det er derfor vigtigt at tage vare på j -faktorerne, som skifter mellem realdel og imaginærdel af den vandrende bølge $e^{j(k_z z - \omega t)}$.

Et hult, cirkulært metalrør er en anden bølgeleder, som undertiden anvendes. Bølgeligningen behandles her enkelt i cylinderkoordinater (r, ϕ, z) og har løsninger, som er vandrende bølger $e^{jk_z z}$ i z -retningen med en radial afhængighed af amplituden, som udtrykkes ved Bessel-funktioner.

*Andre
bølgeledere*

Også dielektriske stænger kan fungere som bølgeledere for bølger af TE- og TM-type, men bølgen trænger her, eksponentielt aftagende, en smule ud i det omgivende medium. Optiske fibre er meget tynde bølgeledere af denne art, som anvendes i det optiske frekvensområde.

16.3 Hulrumsresonatorer

I et hvilket som helst hulrum i et metal kan der forekomme stående elektromagnetiske bølger med bestemte frekvenser, som afhænger af hulrummets form og størrelse. Man kalder disse frekvenser for *resonansfrekvenser*, og man taler om *hulrumsresonatorer*. Vi skal her indskrænke os til at se på en resonator i form af et stykke af en rektangulær bølgeleder med dimensioner $a \times b \times d$, som vist på fig. 16.10.

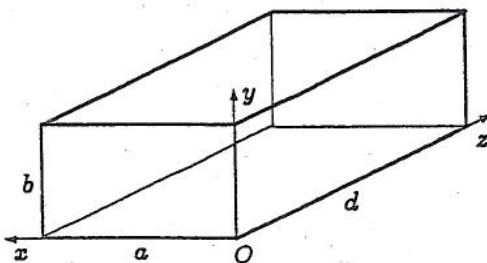
Stående bølger

I den rektangulære bølgeleder fandt vi bølger af typerne TM og TE med komponenter, som var givet ved 16.96–16.99. Vi møder samme type bølger som stående bølger i resonatoren, men her er der ikke nogen bestemt udbredelsesretning, da koordinaterne (x, y, z) er helt ligeberettigede. Det letter imidlertid behandlingen og knytter forbindelsen til det foregående, hvis vi fortsat omtaler z -retningen som 'udbredelsesretningen' og anvender denne som reference ved felternes beregning.

Lad os konkret tænke på komponenten E_x i TM_{mn} -bølgen 16.96. Fysisk kan vi forestille os, at den vandrende bølge $e^{jk_z z}$ ved væggen $z = d$ reflekteres over i bølgen $e^{-jk_z z}$. I superpositionen af den indfaldende og den reflekterede bølge skal tangentialkomponenten, dvs. E_x , være 0 ved væggene. For $z = 0$ opnås dette, når den reflekterede amplitude er lige så stor som den indfaldende, men har modsat fortegn. Dette giver en sinus-afhængighed $E_x(x) \sim \sin k_x x$. På væggen $z = b$ forsvinder tangentialkomponenten kun, hvis desuden betingelsen $k_x = p\pi/d$, med p hel, er opfyldt. Et tilsvarende argument for tangentialkomponenten E_y giver $E_y \sim \sin k_y y$ og $k_y = p\pi/d$ (samme p). Helt præcist bliver superpositionen efter 16.96:

*Reflekteret
bølge i z*

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{-2k_z}{h^2} k_x E_{z0} \cos k_x x \sin k_y y \sin k_z z, \\ E_y &= \frac{-2k_z}{h^2} k_y E_{z0} \sin k_x x \cos k_y y \sin k_z z, \end{aligned} \quad (16.100)$$



Figur 16.10: Rektangulær hulrumsresonator med dimensioner $a \times b \times d$.

Find E_z

Vi vil gerne finde E_z , hvorfra de øvrige felter kan afledes ved hjælp af relationerne 16.88. Vi har ikke nogen direkte brugbar grænsebetingelse for E_z , men kan anvende betingelsen $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ sammen med 16.100, hvilket giver

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial z} &= -\frac{\partial E_x}{\partial x} - \frac{\partial E_y}{\partial y} \\ &= -\frac{2k_z}{h^2} E_{z0} (k_x^2 \sin k_x x \sin k_y y \sin k_z z + k_y^2 \sin k_x x \sin k_y y \sin k_z z) \\ &= -2k_z E_{z0} \sin k_x x \sin k_y y \sin k_z z, \end{aligned} \quad (16.101)$$

hvor der efter 16.95 er anvendt $h^2 = k_x^2 + k_y^2$. Ved integration findes således

$$E_z = E_{z0} \sin k_x x \sin k_y y \cos k_z z, \quad (16.102)$$

hvor faktoren 2 er udeladt, idet den blot er en reminiscens af, at der er superponeret to felter med amplitude E_{z0} . Ved brug af 16.88 bestemmes derefter magnetfeltet således, at samtlige felter i TM_{mnp} -tilfældet bliver

TM-resonator

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{k_z}{h^2} k_x E_{z0} \cos k_x x \sin k_y y \sin k_z z, \\ E_y &= -\frac{k_z}{h^2} k_y E_{z0} \sin k_x x \cos k_y y \sin k_z z, \\ E_z &= E_{z0} \sin k_x x \sin k_y y \cos k_z z. \end{aligned} \quad (16.103)$$

$$\begin{aligned} H_x &= -\frac{j\omega}{h^2} k_x \epsilon_0 E_{z0} \sin k_x x \cos k_y y \cos k_z z, \\ H_y &= \frac{j\omega}{h^2} k_y \epsilon_0 E_{z0} \cos k_x x \sin k_y y \cos k_z z, \\ H_z &= 0. \end{aligned} \quad (16.104)$$

TE-resonator

For fuldstændigheds skyld angives de tilsvarende felter i TE_{mnp} -tilfældet

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{j\omega}{h^2} k_y \mu_0 H_{z0} \cos k_x x \sin k_y y \sin k_z z, \\ E_y &= \frac{j\omega}{h^2} k_x \mu_0 H_{z0} \sin k_x x \cos k_y y \sin k_z z, \\ E_z &= 0. \end{aligned} \quad (16.105)$$

$$\begin{aligned} H_x &= -\frac{k_z}{h^2} k_x H_{z0} \sin k_x x \cos k_y y \cos k_z z, \\ H_y &= -\frac{k_z}{h^2} k_y H_{z0} \cos k_x x \sin k_y y \cos k_z z, \\ H_z &= H_{z0} \cos k_x x \cos k_y y \sin k_z z. \end{aligned} \quad (16.106)$$

Bølgetal

I begge tilfælde er bølgetallene bestemt af resonatorens dimensioner, idet

$$\boxed{k_x = \frac{m\pi}{a}, \quad k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad k_z = \frac{p\pi}{d}.} \quad (16.107)$$

Kursus 10467, foråret 2002

Appendix til vejledning for øvelse 8 **Højfrekvensteknik: Mikrobølger**

Strålingsrisiko fra mikrobølgeudstyr (kilde: Radiostøjnævnet)

Som resultat af en række forsøg udført i 1940'erne og 1950'erne har man som grænse for den tilladelige konstante bestråling af mennesker fastsat intensiteten 10 mW/cm^2 .

Virkningen af elektromagnetisk stråling på det menneskelige legeme er som bekendt en opvarmning, som afhængig af den anvendte frekvens er en overfladeopvarmning ($f > 4\text{-}5 \text{ GHz}$) eller en dybdeopvarmning ($f > 1 \text{ GHz}$). Virkningen anvendes som bekendt lægeligt (diatermi).

Overskrides grænsen for den tilladelige bestråling væsentligt, opstår enten en farlig generel temperaturstigning – feber – eller en lokal koagulering svarende til virkningen på kød i en mikrobølgeovn.

De dele af det menneskelige legeme, som lettest beskadiges af højfrekvensbestråling synes at være hjerne, øjæbler og testikler.

På grund af det menneskelige nervesystems konstruktion, synes risikoen størst ved bestråling, der giver dybdevirkning, idet "alarmsystemet" virker dårligst længst væk fra overfladen.

På grundlag af veldokumenterede uheld er det fastslået at 100 mW/cm^2 kan forårsage øjenskader.

Tænker man sig en isotropisk radiator af forsvindende udstrækning vil man for 10 W udstrålet effekt finde grænseintensiteten i 10 cm 's afstand, og for 1 kW i 1 m 's afstand.

Det må således konstateres, at en række højfrekvensapparater, herunder mikrobølgeovne i kilowattklassen, frembyder en potentiel risiko, og at det følgelig er nødvendigt konstruktivt at sikre betjeningspersonale imod bestråling.